

## PEMAHAMAN GURU MATEMATIK SEKOLAH RENDAH TENTANG PEMBAHAGIAN NOMBOR BULAT

\* Hoi Sim Min

Universiti Malaya

\*smkl9092@yahoo.com

Sharifah Norul Akmal bt Syed Zamri (PhD)

Nik Azis Nik Pa (PhD)

Fakulti Pendidikan

Universiti Malaya

**Abstract:** Research has revealed that many primary school mathematics teachers have much difficulty in teaching division of whole numbers. The purpose of this study was to identify selected primary school mathematics teachers' understanding of the division of whole numbers. This qualitative case study involved 4 mathematics teachers in primary schools through purposive sampling. Data collection using clinical interviews showed the teachers understanding and in-depth justification for each activity. The findings reveal that the primary mathematics school teachers have four general patterns of thought in division of whole numbers, namely measurement, partitioning, repeated subtraction, and inverse of multiplication. The teachers were observed to use the long division algorithm in some situations. It is suggested that more remains to be learnt about the nature of teachers' understanding of the division of whole numbers and how general patterns of thought in the division of whole numbers are formed and modified. Also, in order to provide appropriate guidance, mathematics lecturers in universities need to have some knowledge about preservice teachers' general patterns of thought in division of whole numbers, no matter how simplistic they seem.

**Keywords:** *Understanding, division, whole numbers, clinical interview, problem solving, radical constructivism, general patterns of thought.*

### PENGENALAN

Pengajaran dan pembelajaran matematik di sekolah rendah sekarang adalah berdasarkan Kurikulum Standard Sekolah Rendah (KSSR). Kurikulum matematik sekolah rendah dalam KSSR bertujuan untuk membina pemahaman murid dalam konsep nombor dan kemahiran asas mengira. Penguasaan kedua-dua aspek ini dapat membantu murid mengendalikan urusan harian secara berkesan dan penuh tanggungjawab selaras dengan hasrat masyarakat dan negara maju serta dapat membantu murid melanjutkan pelajaran ( Bahagian Pembangunan Kurikulum, 2015).

Menurut Nik Azis (2008), kebolehan murid untuk melibatkan diri secara intelektual dan memahami matematik dalam konteks bilik darjah banyak bergantung kepada kepakaran guru untuk memilih tugas yang baik, melibatkan murid dalam refleksi yang mendalam, dan menyediakan persekitaran bilik darjah yang menyokong aktiviti refleksi, abstraksi, penghayatan dan penjangkauan sendiri. Menurut Bradford, Brown, dan Rodney (1999), pemahaman meningkatkan kebolehan murid untuk belajar, mengingat dan menggunakan matematik. Untuk membentuk pemahaman matematik yang mendalam, pembelajaran murid sekolah mestilah melepasi pembelajaran konsep dan kemahiran yang khusus (Nik Azis, 2008). Pembelajaran tersebut perlu membabitkan perhatian kepada pembentukan matematik yang membuat murid menjadi lebih yakin terhadap kebolehan mereka untuk menggunakan matematik, fleksibel dalam meneroka matematik dan gigih dalam menyelesaikan masalah matematik.

Banyak kajian telah dilakukan tentang pembahagian nombor bulat, tetapi masih kekurangan kajian tentang pemahaman guru Matematik sekolah rendah tentang pembahagian nombor bulat. Banyak soalan timbul tentang bidang ini, seperti, "Mengapakah guru menghadapi masalah pembahagian nombor bulat? Apakah punca yang menyebabkan ini berlaku? Adakah ini disebabkan kesukaran dalam pemahaman guru tentang pembahagian nombor bulat?". Memandangkan

banyak persoalan timbul, maka untuk mengatasi masalah, adalah perlu kita mengkaji dengan lebih mendalam tentang kesukaran guru dalam pemahaman pembahagian nombor bulat

## PERNYATAAN MASALAH

Menurut Lamb dan Booker (2004), antara empat operasi asas aritmetik, operasi bahagi merupakan operasi yang paling susah dipelajari dalam kalangan murid dan guru pelatih. Pembahagian merupakan satu operasi aritmetik yang penting dan kompleks yang perlu dipertimbangkan dalam pendidikan guru sekolah rendah (Anghileri, 2002; Björklund, 2008). Dari beberapa kajian, didapati guru pelatih sekolah rendah menghadapi kesukaran dalam pemahaman pembahagian (Simon, 1993; Campbell, 1996; Merenluoto & Pehkonen, 2002; Glidden, 2008; Li, 2008; Redmond, 2009; Kaasila, Pehkonen & Hellinen, 2010). Pemahaman pembahagian bersama dengan pemikiran secara pendaraban adalah penting berhubung dengan pecahan, kadar, algebra dan matematik lanjutan. Ia merupakan peralihan daripada pemikiran secara aritmetik di sekolah rendah kepada pemikiran yang lebih mendalam bagi kurikulum sekolah menengah dan seterusnya (Booker, 2003).

Menurut beberapa kajian (Silver, Shapiro, & Deutsch, 1993; Campbell, 1996), guru pelatih mendapat menyelesaikan masalah melibatkan model pemetakan bagi pembahagian, tetapi kurang berjaya dalam pembahagian yang melibatkan baki. Dalam kajian mengenai pemahaman guru pelatih tentang pembahagian tanpa baki (Zazkis & Campbell, 1996; Rodriguez, Lago, Hernandez, Jimenez, & Caballero, 2009), menunjukkan bahawa ramai guru menggunakan pembahagian panjang sebagai aktiviti prosedur, ini menunjukkan dengan jelas mereka lemah dalam pemahaman konseptual tentang pembahagian nombor bulat. Pemahaman pembahagian bersama dengan pemikiran secara pendaraban adalah penting berhubung dengan pecahan, kadar, algebra dan matematik lanjutan. Ia merupakan peralihan daripada pemikiran secara aritmetik di sekolah rendah kepada pemikiran yang lebih mendalam bagi kurikulum sekolah menengah dan seterusnya (Booker, 2003; Levenson, Tsamir & Tirosch, 2007; De Castro, 2008). Berdasarkan kajian-kajian tersebut, masalah guru tentang kesukaran dalam pemahaman pembahagian nombor bulat adalah penting untuk dikaji, agar murid lebih memahami konsep pembahagian nombor bulat.

Kerangka teori yang sesuai digunakan dalam kajian ini ialah konstruktivisme radikal. Pendekatan ini mengaitkan pemahaman dengan keupayaan individu untuk membina pengetahuan yang berdaya maju (Nik Azis, 1999, 2008; Von Glasersfeld, 2005; Steffe, 2008). Banyak kajian berkaitan dengan pemahaman tentang pembahagian berlandaskan pendekatan konstruktivisme radikal menunjukkan pendekatan ini sesuai untuk membuat kajian tentang pemahaman tentang pembahagian (Faridah & Nik Azis, 2011; Fan, 2010). Ini kerana kajian ini mengkaji pemahaman guru matematik sekolah rendah tentang pembahagian nombor bulat, iaitu keupayaan guru membina pengetahuan sendiri yang berdaya maju tentang pembahagian nombor bulat.

Kesukaran pembelajaran yang dikenal pasti dalam kajian lepas di luar negara dan tempatan menimbulkan pertanyaan, sama ada fenomena seperti itu turut berlaku di negara kita? Justeru, kami menjalankan kajian kes yang berlandaskan konstruktivisme radikal bertujuan mengenal pasti pemahaman guru matematik sekolah rendah tentang pembahagian nombor bulat. Soalan kajian adalah mengenal pasti cara penyelesaian masalah pembahagian nombor bulat dalam yang didunakan oleh guru Matematik sekolah rendah. Dalam kajian ini, istilah “pemahaman” merujuk kualiti pengetahuan sedia ada yang dimiliki seseorang individu dalam mempengaruhi keupayaannya untuk membina pengetahuan baru dan berdaya maju daripada pengalaman (Nik Azis, 1999c, 2008; Steffe, 2007; Von Glasersfeld, E., 1995, 2001, 2007).

## METODOLOGI

Kajian ini merupakan satu kajian kes. Menurut Freankel dan Wallen (2007) reka bentuk kajian kes akan membekalkan maklumat yang mendalam dan maklum balas yang menyeluruh daripada responden kajian bagi menjawab persoalan kajian melalui kaedah temu duga klinikal (Steffe & Olive, 2010). pula me pendekatan kajian kes yang dijalankan secara kaedah temu duga klinikal dapat memperoleh pemahaman yang mendalam tentang guru yang bermasalah dan membantu seseorang pengkaji mengenal pasti pelbagai faktor penyebab bagi sesuatu masa pembelajaran (Nik Azis, 1996, 2014; Creswell, 2008a; Maxwell, 2013). Berdasarkan pendapat tersebut, kajian kes merupakan kaedah yang sesuai bagi kajian ini yang memberi tumpuan kepada pengenalanpastian pemahaman guru matematik sekolah rendah tentang pembahagian nombor bulat.

Sampel kajian ini terdiri daripada empat orang guru Matematik yang sedang mengajar di sekolah rendah di bandar dan luar bandar dalam negeri Selangor. Pemilihan responden kajian dibuat dengan menggunakan pensampelan bertujuan. Pensampelan bertujuan merujuk kepada prosedur pensampelan iaitu sekumpulan subjek yang mempunyai ciri-ciri tertentu sahaja dipilih sebagai responden kajian berdasarkan pengetahuan dan tujuan khusus penyelidikan pengkaji (Merriam, 2009; Creswell, 2012). Ini bermakna tidak semua kajian lain dalam populasinya dipilih oleh pengkaji sebagai responden. Tujuan pensampelan bertujuan adalah untuk mendapatkan individu dan lokasi yang paling sesuai bagi membantunya untuk membentuk pemahaman yang terperinci tentang fenomena utama. Kriteria yang digunakan bagi pemilihan individu dan tempat kajian ialah kaya maklumat, yakni individu dan tempat yang berpotensi untuk membekalkan maklumat yang berguna bagi menjawab soalan kajian atau menguji hipotesis kajian, berpotensi untuk membantu pengkaji mempelajari dan memahami fenomena utama, atau berpotensi untuk membekalkan pandangan orang yang pasif atau berdiam diri (Merriam, 2009; Creswell, 2008a; Nik Azis, 2014). Dalam kes ini, responden-responden kajian adalah terdiri daripada guru Matematik Tahun Enam, yang tidak mewakili seluruh populasi guru Matematik Tahun Enam di sekolah rendah. Sampel begini bukan merupakan sampel rawak dan hasil kajiannya tidak dapat digeneralisasi kepada seluruh populasi pelajar di sekolah kerana sampel tersebut tidak mewakili semua guru Matematik Tahun Enam dalam populasi berkenaan. Keputusan kajian hanya mewakili kumpulan responden kajian yang dipilih sahaja.

Pensampelan ini dipilih memandangkan pemilihan responden kajian berdasarkan kesanggupannya untuk terlibat secara aktif dalam temu duga klinikal sebanyak dua kali dan penuh minat untuk menjadi responden kajian. Secara terperinci, dua orang responden kajian adalah lepasan diploma pendidikan dan dua orang responden lepas ijazah sarjana muda. Umur seorang daripada empat orang responden dalam lingkungan 31 hingga 40 tahun, dua orang dalam lingkungan 41 hingga 50 tahun, dan seorang lebih 50 tahun. Antaranya, ada dua orang guru lelaki dan dua orang guru perempuan. Mereka terdiri daripada tiga orang guru berbangsa Cina dan seorang berbangsa Melayu. Seterusnya, Seorang guru mempunyai pengalaman mengajar Matematik lebih 10 tahun dan dua orang guru mempunyai pengalaman mengajar Matematik lebih 5 tahun, manakala seorang guru lagi mempunyai pengalaman mengajar Matematik kurang 5 tahun. Kajian ini mengandaikan bahawa responden kajian dari gabungan faktor jantina, bangsa, pengalaman mengajar dan lokasi mengajar berbeza dapat memperoleh data yang kaya dan mendalam tentang pemahaman pembahagian nombor bulat.

Dalam kajian ini, kaedah temu duga klinikal digunakan untuk mengumpul data. Menurut Nik Azis (1996, 2014) kaedah temu duga klinikal membolehkan pengkaji mengenal pasti pemahaman yang dimiliki seseorang tentang sesuatu aspek tertentu yang dialami dari kaca mata individu itu sendiri. Sebanyak dua sesi temu duga klinikal dijalankan bagi setiap responden dan setiap temu duga mengambil masa lebih kurang 40 minit.

Kajian ini menggunakan protokol temu duga klinikal melibatkan dua tugas penyelesaian masalah membabitkan pembahagian nombor bulat. Tugas ini digunakan untuk mengenal pasti cara penyelesaian masalah pembahagian nombor bulat yang dimiliki oleh guru matematik sekolah rendah. Protokol temu duga pertama melibatkan soalan, “20 orang murid beratur dalam 4 baris dengan bilangan yang sama. Berapa orangkah murid dalam setiap baris?”. Protokol temu duga kedua pula melibatkan soalan, “Sekumpulan pengakap berkongsi seutas tali yang panjangnya 23 m, dengan setiap orang memperoleh 5 m. Berapa orangkah pengakap memperoleh tali panjang 5 m? Berapa panjang tali yang tinggal?”.

Data yang dikumpul dalam kajian ini terdiri daripada respons lisan dan bukan lisan responden kajian semasa temu duga klinikal. Data kajian ini termasuk rakaman video dan audio dalam sesi temu duga klinikal, catatan pengkaji, respons bertulis dan lakaran yang dilakukan oleh responden. Analisis data pula dijalankan secara kualitatif yang melibatkan empat peringkat, iaitu (1) rakaman video dan audio ditranskripsikan kepada bentuk bertulis; (2) data mentah diolah dan disusun mengikut tema; (3) Kajian kes bagi setiap responden dibentuk berdasarkan maklumat dari protokol bertulis, catatan pengkaji dan responden, dan lakaran yang dilakukan oleh responden mengikut tema tertentu; (4) Analisis merentasi kes dilakukan untuk mengenal pasti pola tingkah laku tertentu.

## DAPATAN KAJIAN DAN PERBINCANGAN

Hasil kajian ini telah mengenal pasti empat pola pemikiran umum dan satu algoritma penyelesaian masalah tentang pembahagian nombor bulat bagi guru Matematik sekolah rendah. Pola pemikiran umum tersebut adalah pola pemikiran

umum pengukuran, pola pemikiran umum pemetakan, pola pemikiran umum penolakan berulang, dan pola pemikiran umum songsangan darab, manakala algoritma yang dikenal pasti adalah algoritmapembahagian panjang. Ini adalah sama dengan dapat kajian Faridah (2009) dan Fan (2011) yang mana dalam aktiviti pembahagian, murid menggunakan 4 jenis pola pemikiran umum tersebut untuk menyelesaikan masalah pembahagian.

### Pola Pemikiran Umum Pemetakan

Dalam pola pemikiran umum pemetakan, responden mentafsirkan ayat matematik  $a \div b = c$ , apabila  $a$ ,  $b$   $c$  adalah nombor bulat,  $a$  adalah lebih besar atau sama dengan  $b$ ;  $a$  mewakili jumlah objek yang diberi,  $b$  mewakili bilangan kumpulan/bahagian yang perlu dibentuk,  $c$  mewakili kuantiti objek dalam setiap kumpulan/bahagian. Pola pemikiran umum ini boleh dijelaskan dalam satu urutan yang mempunyai tiga bahagian: bahagian pertama, situasi yang diasimilasikan oleh responden; bahagian kedua, aktiviti yang dijalankan oleh responden, dan bahagian ketiga, hasil yang diharapkan oleh responden. Contohnya, dalam bahagian satu, responden mengasimilasikan jumlah murid sebagai jumlah objek yang perlu diagih ke kumpulan tertentu dengan kuantiti yang sama, dan bilangan baris diasimilasikan sebagai bilangan kumpulan yang perlu dibentuk, iaitu 20 orang murid diasimilasikan sebagai 20 objek yang boleh diagihkan ke dalam empat baris. Dalam bahagian kedua, responden mengagihkan jumlah objek yang ada ke dalam bilangan lajur yang sama dengan bilangan baris yang ditetapkan secara satu demi satu dan bergilir-gilir sehingga habis, iaitu mengagihkan 20 bulatan ke dalam empat lajur dengan satu demi satu secara bergilir-gilir sehingga habis. Seterusnya, dalam bahagian ketiga, responden mendapat hasil yang diharapkan, ialah 5 bulatan dalam setiap lajur yang mewakili 5 orang murid dalam setiap baris. Ini dapat dilihat melalui tingkah laku Lim dipaparkan dalam Protokol 5.1 (Lim).

#### Protokol 5.1 (Lim): Penyelesaian Masalah Melibatkan Penyusunan Murid

P: Ada cara lain untuk menyelesaikan masalah ini?

R: Ada. Saya guna gambar rajah. (Cikgu melukis 4 lajur dan menulis "Baris 1", "Baris 2", "Baris 3" dan "Baris 4" pada keempat-empat lajur itu masing-masing. Kemudian melukis bulatan pada keempat-empat lajur dengan satu demi satu secara bergilir-gilir sehingga setiap lajur ada lima bulatan).

Baris 1	Baris 2	Baris 3	Baris 4
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

P: Boleh cikgu terangkan apa yang cikgu lukis itu?

R: Ok. 4 lajur yang dilabelkan "Baris 1", "Baris 2", "Baris 3" dan "Baris 4" mewakili empat baris dan 20 bulatan mewakili 20 orang murid.

P: Bagaimanakah cikgu menyelesaikan masalah di atas dengan cara ini?

R: 20 orang murid beratur dalam 4 baris dengan bilangan yang sama, bagi saya itu bermaksud mengagihkan 20 orang ke dalam 4 baris dengan bilangan yang sama, maka masalah ini tentu adalah berkaitan dengan operasi bahagi. Masalah ini memerlukan kita cari bilangan murid dalam setiap baris, dengan itu saya pun melukiskan empat baris dan mengagihkan 20 bulatan yang mewakili 20 orang murid dengan satu demi satu secara bergilir-gilir ke dalamnya. Akhirnya, saya mendapati setiap lajur ada lima bulatan, ini bermaksud setiap baris ada lima orang murid.

P: Dengan itu, apakah hasil penyelesaian cikgu?

R: Setiap baris ada lima orang

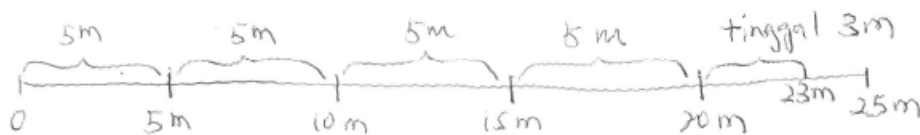
### Pola Pemikiran Umum Pengukuran

Dalam pola pemikiran umum pengukuran pula, responden mentafsirkan ayat matematik  $a \div b = c$ , apabila  $a$ ,  $b$   $c$  adalah nombor bulat, dan  $a$  adalah lebih besar atau sama dengan  $b$ :  $a$  mewakili jumlah objek yang diberi,  $b$  mewakili kuantiti objek yang perlu ada dalam setiap kumpulan/saiz kumpulan yang perlu dibentuk,  $c$  mewakili bilangan kumpulan yang dibentuk. Pola pemikiran umum ini boleh dijelaskan dalam satu urutan yang mempunyai tiga bahagian: bahagian pertama, situasi yang diasimilasikan oleh responden; bahagian kedua, aktiviti yang dijalankan oleh responden, dan bahagian ketiga, hasil yang diharapkan oleh responden. Contohnya, dalam bahagian satu, responden mengasimilasikan jumlah ukuran panjang tali, sebagai jumlah angka dalam garis nombor iaitu 23 m panjang tali diasimilasikan sebagai nombor 23 dalam garis nombor. Bahagian kedua pula, responden mewakili jumlah ukuran panjang dengan jumlah selang dalam garis nombor, kemudian mengasingkan secara kumpulan dengan saiz selang sama dengan ukuran panjang tali yang diagihkan kepada setiap pengakap, iaitu mengagihkan garis nombor secara lima-lima yang mewakili 5 m dalam setiap selang Akhirnya, bahagian ketiga, responden mengharapkan hasilnya, iaitu kuantiti pengakap yang mendapat 5 m. Ini dapat dilihat melalui tingkah laku Lim yang dipaparkan dalam Protokol 5.2 (Lim).

#### Protokol 5.2 (Lim): Penyelesaian Masalah Melibatkan Pengagihan Panjang Tali

P: Ada cara lain untuk menyelesaikan masalah ini?

R: Ada. (Cikgu melukis satu garis nombor yang dilabelkan 0, 5 m, 10 m, 15 m, 20 m dan 25 m. Kemudian, cikgu menandakan 5 m pada setiap selang sehingga label 20 m. Selepas itu, cikgu menandakan 3 m di selang dari 20 m ke 23 m).



P: Tolong jelaskan.

R: "23" mewakili panjang tali 23 m, setiap selang ada 5 m mewakili tali itu dipotongkan secara lima -lima meter dan selang 3 m mewakili baki tali tiga meter.

P: Apakah yang cikgu harap dapat?

R: Bilangan 5 m yang mewakili bilangan pengakap yang mendapat tali panjangnya 5 m.

### Pola pemikiran Umum Penolakan Berulang

Selain itu, dalam pola pemikiran umum penolakan berulang, responden mentafsirkan ayat matematik  $a \div b = c$ , apabila  $a$ ,  $b$   $c$  adalah nombor bulat,  $a$  adalah lebih besar atau sama dengan  $b$ :  $a$  mewakili jumlah objek/bahagian yang diberi,  $b$  mewakili kuantiti objek/bahagian yang dikeluarkan setiap kali,  $c$  mewakili bilangan kali kuantiti objek/bahagian dikeluarkan. Pola pemikiran umum ini boleh dijelaskan dalam satu urutan yang mempunyai tiga bahagian: bahagian pertama, situasi yang diasimilasikan oleh responden; bahagian kedua, aktiviti yang dijalankan oleh responden, dan bahagian ketiga, hasil yang diharapkan oleh responden. Contohnya, dalam bahagian satu, responden mengasimilasikan ukuran panjang tali bagi setiap orang pengakap sebagai kuantiti objek yang diambil keluar daripada jumlah panjang tali yang diberikan. Dalam bahagian kedua, responden menolak berulang kali ukuran panjang tali yang sama bagi setiap orang pengakap daripada jumlah panjang tali yang diberi sehingga bezanya lebih kecil daripada ukuran panjang tali, iaitu mengeluarkan 5 m panjang tali daripada 23 m panjang tali setiap kali sehingga bezanya kurang daripada 5 m. Akhirnya,; bahagian ketiga, responden mengharapkan hasilnya, iaitu bilangan kali ukuran panjang tali bagi setiap orang pengakap dikeluarkan daripada jumlah panjang tali yang diberi sehingga bezanya lebih kecil atau sifar daripada ukuran panjang tali bagi setiap orang pengakap tersebut, yakni 4 kali 5 m dikeluarkan, daripada 23 m panjang tali, akhirnya tinggal 3 m. Ini dapat dilihat melalui tingkah laku Lim dipaparkan dalam Protokol 5.2 (Tong).

**Protokol 5.2 (Tong):** *Penyelesaian Masalah Melibatkan Pengagihan Panjang Tali*

P: Ada lagi cara untuk menyelesaikan masalah ini?

R: Ya, saya guna operasi tolak berulang. (Cikgu menulis  $23$  tolak  $5$  dalam bentuk lazim, iaitu " $23 - 5 = 18$ ,  $18 - 5 = 13$ ,  $13 - 5 = 8$ ,  $8 - 5 = 3$ ").

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 5 \\ \hline 18 \\ - 5 \\ \hline 13 \\ - 5 \\ \hline 8 \\ - 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

P: Boleh cikgu terangkan apa yang cikgu tulis ini?

R:  $23$  mewakili panjang tali  $23$  m, " $- 5$ " mewakili tali kurang  $5$  m setiap kali, manakala  $18$ ,  $13$ ,  $8$  dan  $3$  mewakili panjang tali yang tinggal selepas ditolakkan  $5$  m.

P: Bagaimanakah cikgu menyelesaikan masalah ini?

S: Saya menggunakan operasi tolak berulang. Ini kerana tali panjangnya  $23$  m perlu diasingkan lima-lima meter, oleh itu setiap kali mengasingkan tali akan kurang  $5$  m dan diwakili dengan penolakan  $5$  m. Dengan itu, saya hanya perlu menolak tali itu  $5$  m setiap kali sehingga ia tidak cukup ditolakkan  $5$  m lagi. Panjang tali tidak cukup  $5$  m tinggal sebagaibaki.

P: Oleh itu, apakah hasil penyelesaian cikgu?

R: Empat orang pengakap memperoleh tali yang panjangnya  $5$  m dan bakinya  $3$  m.

**Pola Pemikiran Umum Songsangan Darab**

Seterusnya, dalam pola pemikiran umum songsangan darab, responden mentafsirkan ayat matematik  $a \div b = c$ , apabila  $a$ ,  $b$  dan  $c$  adalah nombor bulat,  $a$  adalah lebih besar atau sama dengan  $b$ :  $a$  mewakili hasil darab,  $b$  dan  $c$  mewakili nombor darab. Ayat matematik bahagi ditafsirkan sebagai songsangan darab. Pola pemikiran umum ini boleh dijelaskan dalam satu urutan yang mempunyai tiga bahagian: bahagian pertama, situasi yang diasimilasikan oleh responden; bahagian kedua, aktiviti yang dijalankan oleh responden, dan bahagian ketiga, hasil yang diharapkan oleh responden. Contohnya, dalam bahagian satu, responden mengasimilasikan jumlah murid sebagai hasil darab dan bilangan baris diasimilasikan sebagai suatu faktor bagi songsangan darab, iaitu  $20$  orang murid diasimilasikan sebagai hasil darab bagi dua faktor dan  $4$  baris diasimilasikan sebagai nilai salah satu faktor pendarabhan, iaitu  $4$ . Dalam bahagian kedua, responden mendarabkan bilangan baris dengan suatu nombor agar mendapat hasil darab yang sama dengan jumlah murid, iaitu mendarab nombor  $4$  dengan nombor  $5$  untuk mendapat  $20$ . Akhirnya, dalam bahagian ketiga, responden mengharap hasil yang didapati ialah faktor bagi songsangan darab, iaitu faktor bagi songsangan darab bagi ayat matematik " $20 \div 4$ ", ialah  $5$ . Ini dapat dilihat melalui tingkah laku Lim dipaparkan dalam Protokol 5.2 (Lim).

**Protokol 5.1 (Kong):** *Penyelesaian Masalah Melibatkan Penyusunan Murid*

P: Ada cara lain untuk menyelesaikan masalah ini?

R: Ada. (Cikgu menulis ayat matematik, " $20 \div 4 = 5$ " dan menulis "Jumlah" di atas  $20$ , "Barisan" di atas  $4$  dan "orang" di atas  $5$ ).



Jumlah barisan orang  
 $20 \div 4 = 5$

- P: Boleh cikgu terangkan apa yang ditulis ini?  
 R: Ok. 20 mewakili 20 orang murid, “÷ 4” mewakili murid itu beratur dalam empat baris, 5 mewakili setiap baris ada 5 orang murid, manakala perkataan “Jumlah” menunjukkan 20 adalah jumlah bilangan murid yang diberi, “Barisan” menunjukkan 4 adalah bilangan barisan yang perlu dibentuk, dan “Orang” menunjukkan 5 adalah jumlah bilangan murid dalam setiap baris.  
 P: Bagaimanakah cikgu menyelesaikan masalah di atas dengan cara ini?  
 R: Mula-mula saya perlu menentukan operasi yang digunakan, kemudian saya menentukan nombor yang dibahagi dan nombor bahagi untuk menulis ayat matematik. Di sini 20 orang murid mewakili nombor yang dibahagi dan empat baris mewakili nombor bahagi, dengan itu, saya menulis ayat matematik, “ $20 \div 4$ ”. Selepas itu, saya mendapat jawapan dengan menghafal sifir 4, iaitu “ $5 \times 4 = 20$ ”.  
 P: Oleh itu, apakah hasil penyelesaiannya?  
 R: Setiap baris ada lima orang murid.

### Pembahagian Panjang

Akhirnya, responden menggunakan algoritma pembahagian panjang untuk menyokong pembahagian nombor bulat yang menggunakan pola pemikiran umum tertentu atau membantu mereka untuk menulis ayat matematik bahagi. Contohnya, responden menggunakan pembahagian panjang untuk mendapatkan bilangan murid dalam setiap baris, yang mana jumlah murid mewakili nombor yang dibahagi dan bilangan baris yang diperlukan mewakili nombor yang dibahagi, akhirnya hasil bahagi mewakili kuantiti murid dalam setiap baris. Di sini, responden menggunakan algoritma pembahagian nombor bulat untuk menyokong pola pemikiran umum pemetakan. Ini dapat dilihat melalui tingkah laku Lim dipaparkan dalam Protokol 5.1 (Lim).

#### Protokol 5.1(Lim): Penyelesaian Masalah Melibatkan Susunan Murid

- P: Selain itu, ada cara lain untuk menyelesaikan masalah ini?  
 R: Ada. (Cikgu menulis “ $20 \div 4 = 5$ ” dalam bentuk pembahagian panjang).

$$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \overline{)20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

- P: Tolong jelaskan.  
 R: “20” mewakili 20 orang murid, “÷ 4” mewakili murid itu beratur dalam empat baris dengan bilangan yang sama dan “5” mewakili setiap baris ada lima orang murid.  
 P: Bagaimanakah cikgu menyelesaikan masalah di atas?  
 R: Selepas mengenal pasti masalah itu adalah masalah pembahagian, saya terus mencari jawapannya dengan pembahagian panjang.  
 P: Bagaimanakah cikgu menulis pembahagian panjang itu?  
 R: Saya menulis 20 di dalam dan 4 di luar simbol bahagi, kemudian menggunakan sifir 4, iaitu “ $5 \times 4 = 20$ ” untuk mendapat jawapan.

Dari hasil kajian, didapati pola pemikiran umum pemetakan adalah cara penyelesaian masalah pembahagian nombor bulat yang dominan, yang mana keempat-empat responden cenderung menggunakannya. Selain itu, terdapat tiga

daripada empat orang guru menggunakan pola pemikiran umum pengukuran, dan operasi tolak berulang. Akhirnya, songsangan darab merupakan cara penyelesaian masalah yang paling kurang responden gunakan, yang mana hanya ada seorang daripada empat orang responden menggunakan cara ini.

Kajian ini mendapati responden cenderung menggunakan pola pemikiran umum pemetakan dengan melukis gambar rajah semasa menyelesaikan masalah pembahagian nombor bulat dan mengagihkan angka mengikut kumpulan. Contohnya, responden melukis gambar rajah melibatkan jadual yang terdapat 4 lajur dan menulis “Baris 1”, “Baris 2”, “Baris 3” dan “Baris 4” pada keempat-empat lajur itu masing-masing. Kemudian melukis bulatan pada keempat-empat lajur dengan satu demi satu secara bergilir-gilir sehingga setiap lajur ada lima bulatan untuk mewakili “ $20 \div 4 = 5$ ”. Ini kerana mereka menganggap cara ini lebih senang untuk mendapat jawapan. Dapatan kajian ini adalah berbeza dengan dapatan beberapa kajian (Lutavoc, 2008; Murray, Olivier dan Human, 1992) mendapati murid lebih cenderung menggunakan pola pemikiran umum pengukuran daripada pola pemikiran umum pemetakan.

Responden menggunakan pola pemikiran umum pengukuran apabila mereka telah mengetahui bilangan objek dalam setiap kumpulan dan senang melihat situasi pengagihan itu serta baki yang tinggal. Dengan itu, responden akan mengagihkan objek secara kumpulan. Contohnya, responden melukis satu garis nombor yang dilabelkan 0, 5 m, 10 m, 15 m, 20 m dan 25 m. Kemudian, menandakan 5 m pada setiap selang sehingga 20 m. Selepas itu, menandakan 3 m di selang dari 20 m ke 23 m. Gambar rajah ini mewakili panjang tali 23 m, setiap selang ada 5 m mewakili tali itu dipotongkan secara lima-lima meter dan selang 3 m mewakili baki tali tiga meter.

Responden menggunakan pola pemikiran umum penolakan berulang apabila mereka diminta menyelesaikan masalah menggunakan cara lain. Ini menunjukkan mereka tidak biasa menggunakan pola pemikiran umum ini. Menurut responden, cara penyelesaian ini tidak praktikal, terutamanya bagi nombor yang besar kerana ia membazir masa untuk membuat penolakan banyak kali. Contohnya, ukuran panjang tali sebanyak 23 m dipotongkan secara 5 m setiap kali, maka 23m perlu ditolakkan sebanyak 4 kali sehingga bakinya kurang daripada 5 m, iaitu 3 m.

Algoritma pembahagian panjang digunakan oleh responden untuk menyokong jawapan bagi pola pemikiran umum tertentu dan untuk cepat mendapat jawapan dengan tidak mengambil tahu pola pemikiran umum yang digunakan. Seterusnya, pola pemikiran umum songsangan darab digunakan apabila salah satu faktor perlu dicari. Menurut responden, songsangan darab digunakan untuk cepat mendapat jawapan, iaitu hanya perlu menghafal sifir bagi faktor yang diketahui sehingga mendapat jumlah kuantiti yang diberi, ini akan mendapat faktor yang satu lagi. Contohnya, jumlah ukuran panjang tali sebanyak 23 m diagihkan secara lima-lima meter dengan menggunakan pembahagian panjang, yang mana jumlah ukuran panjang tali mewakili nombor yang dibahagi dan ukuran panjang tali yang diagihkan mewakili nombor bahagi, dan hasil bahaginya mewakili bilangan pengakap yang mendapat ukuran panjang tali sebanyak 5 m setiap orang.

Secara umumnya, ramai pengkaji seperti Steffe dan Olive (2010), Lutavoc (2008), Muligan & Wright (2000), dan Neuman (1999) bersetuju bahawa pengetahuan sedia ada murid atau guru tentang pembahagian nombor bulat mungkin disebabkan oleh penyusunan semula pola pemikiran umum pengiraan, penambahan atau penolakan yang dimiliki mereka dibangun berdasarkan idea penjujukan, penggabungan, pengukuran atau pemetakan. Sebagai langkah ke hadapan, pemahaman guru matematik sekolah rendah tentang pembahagian nombor bulat mungkin boleh ditingkatkan dengan melalui mengenal pasti cara pembinaan pola pemikiran umum pembahagian nombor bulat guru dan faktor-faktor utama yang mempengaruhi pembinaan pola pemikiran umum ini.

## KESIMPULAN

Hasil kajian ini merupakan suatu pembinaan model kualiti pengetahuan yang mendasari aktiviti tindakan dan operasi yang dipunyai guru tentang pembahagian nombor bulat. Walau bagaimanapun, hasil kajian ini tidak dapat dibuat generalisasi kepada seluruh populasi guru matematik sekolah rendah tetapi boleh dijadikan panduan terutamanya bagi sampel yang mempunyai ciri yang hampir sama dengan responden kajian. Kajian ini bertujuan untuk menjelaskan fenomena dalam pendidikan matematik berdasarkan teori yang digunakan. Segala pentafsiran dan analisis yang dibuat adalah perspektif pengkaji berasaskan konstruktivisme radikal. Implikasi daripada dapatan kajian ini adalah cara pengajaran pensyarah universiti tentang tajuk pembahagian nombor bulat perlu pelbagai terutamanya mengajar cara penyelesaian masalah pembahagian nombor bulat. Selain itu, reka bentuk pengajaran pensyarah universiti seharusnya



mengambil kira pola pemikiran dan pengetahuan pembahagian nombor bulat yang dimiliki oleh guru pelatih, tidak kira betapa primitif bentuk pemikiran tersebut sekali pun, agar dapat memberi bimbingan yang sesuai supaya aktiviti yang dirancang dapat membantu guru pelatih mengubah suai dan membina pengetahuan baru. Seterusnya, Bahagian Pembangunan Kurikulum dari Kementerian Pendidikan Malaysia juga perlu membangunkan kurikulum bagi guru pelatih yang menekankan penerapan dalam penyelesaian masalah melibatkan pembahagian nombor bulat. Dapatan kajian ini juga memberi implikasi kepada teori bahawa dengan berlandaskan teori konstruktivisme radikal, kita boleh mengenal pasti pola guru Matematik sekolah rendah menyelesaikan masalah pembahagian nombor bulat dengan lebih mendalam.

## RUJUKAN

- Anghileri, J. (2002). *Teaching Number Sense*. London.: Continuum.
- Bradsford, Brown, dan Rodney. (1999)., *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, D.C: National Academy Press.
- Björklund, C. (2008). Toddlers' opportunities to learn mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 40(1), 81-95.
- Bahagian Pembangunan Kurikulum. (2015). *Dokumen standard kurikulum dan pentaksiran*. Putrajaya: Bahagian Pembangunan Kurikulum, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Campbell, S. (1996). On preservice teachers' understandings of division with remainder. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2. pp. 177-184). Valencia: Universitat de Valencia.
- Creswell, J. W. (2012). *Education research: Planing, conduction and evaluating quantitative and qualitative research (4th ed.)*. Lincoln, London: Pearson Education, Inc.
- De Castro, B. V. (2008). Cognitive models: The missing link to learning fraction multiplication and division. *Asia Pacific Education Review*, 9(2), 101-112.
- Fraenkel & Wallen, N.E. (2007). *How to design and evaluate research in education (ed. ke-6)*. New York: MCGraw-Hill.
- Faridah (2009). *Skim pembahagian nombor bulat bagi murid tahun empat*. Tesis doktor falsafah yang tidak diterbitkan, Fakulti Pendidikan, Universiti Malaya.
- Glidden, P. L. (2008). Prospective Elementary Teachers' Understanding of Order of Operations. *School Science and Mathematics*, 108(4), 130-136.
- Kaasila, R., Pehkonen, E., & Hellinen, A. (2010). Finnish pre-service teachers' and upper secondary students' understanding of division and reasoning strategies used. *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 247-261.
- Kementerian Pendidikan Malaysia. (2010). *Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran Tahun 1*, Bahagian Pembangunan Kurikulum.
- Levenson, Tsamir & Tirosh. (2007). "Elementary School Student' Use of Mathematically-Based and Practically-Based Explanation: The Case of Multiplication" dalam E. Hoines & A. Fuglested ([eds]. *Proceedings of the 28th Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol.3. Bergen, Norway: PME, ms.241-248.
- Li, Y. (2008). What do students need to learn about division of fractions? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(9), 546-552.
- Lutovac, S. (2008). Prevalence of division model and its implication in mathematical textbooks. *Methodological Horizon*, 3(2), 31-47.
- Ma, (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Merenluoto, K. & Pehkonen, E. (2002). *Elementary teacher students' mathematical understanding explained via conceptual change*. In D. Mewborne, P. Sztajn, D.Y. White, H.G. Wiegel, R.L. Bryant & K. Nooney (Eds.) *Proceedings of the 24th annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (1936-1939)*. Columbus (OH): ERIC.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation (3rd. ed.)*. Hoboken, NJ: Jossey-Bass.

- Muligan dan Wright. (2000). "As assessment framework for early multiplication and division", in *Proceedings of the 24 th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, edited by T. Nakahara and M. Kpyama, Hiroshima, Japan: Program Committee, 4, 17-25.
- Neuman, D. (1999). Early learning and awareness of division: a phenomenographic approach. *Educational Studies in Mathematics* 40(2), 101-128.
- Nik Azis. (1996). *Penghayatan matematik KBSR dan KBSM: Perkembangan profesional*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Nik Azis. (1999a). *Potensi intelek*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Nik Azis. (1999b). *Pendekatan konstruktivisme radikal dalam pendidikan matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Nik Azis. (1999c). *Asas konstruktivisme dalam pendidikan matematik*. Masalah Pendidikan, 22, 1-26.
- Nik Azis. (2008). *Isu-isu Kritis dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Piaget & Szeminska. (1942). *The Child's conception of number*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Rodriguez, Lago, Hernandez, Jimenez, & Caballero. (2009). How do secondary students approach different types of division with remainder situations? Some evidence from Spain. *European Journal of Psychology of Education*. 24(4), 529-543.
- Simon, M. A. (1993). *Prospective elementary teachers' knowledge of division*. Journal for Research in Mathematics Education, 24(3), 233-254.
- Silver, E., Shapiro, L., & Deutsch, A. (1993). Sense making and the solution of division problems involving remainders: An examination of middle school students' solution processes and their interpretations of solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 117-135.
- Steffe, L. P. (2007). *Radical Constructivism and "School mathematics"*. Dalam M. Larochelle (Ed.). Key works in Radical Constructivism (hlm. 279-289). The Netherlands: Sense Publishers.
- Steffe L. P. (2008). Mathematical schemes as instruments of interaction. *Constructivist Foundations*, 3(2), 74-76.
- Steffe & Cobb. (1984). *Children's construction of multiplicative and divisional concepts*. Focus on Learning Problems in Mathematics, 6(1), 11-29.
- Steffe & Olive. (2010). *Children's Fractional Knowledge*. New York: Springer.
- Steffe & Thompson. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. Dalam Kelley & Lesh (Eds.). Handbook of research design in mathematics and science education (hlm. 267-307). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Von Glasersfeld. (1995). *Radical Constructivism: A way of knowing and learning*. London: The Falmer Press.
- Von Glasersfeld. (2007). *Key works in Radical Constructivism*. The Netherlands: Sense Publishers.